

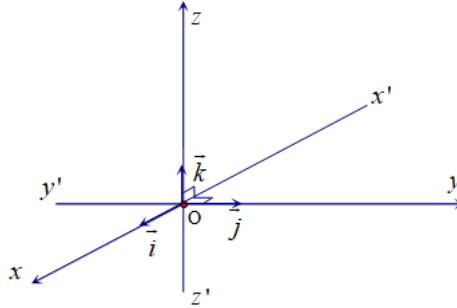
CHUYÊN ĐỀ – HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

TIẾT 1: VEC TƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN

A. LÝ THUYẾT

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

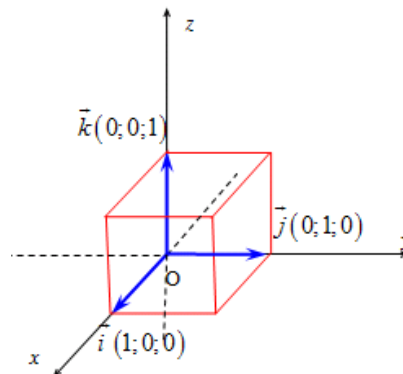
Trong không gian, xét ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O . Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz . Hệ ba trục như vậy gọi là **hệ trục tọa độ vuông góc** trong không gian.



Chú ý: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.

2. Tọa độ của vectơ

a) Định nghĩa: $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$



b) Tính chất: Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3), k \in \mathbb{R}$

• $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$

• $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$

• $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

• \vec{a} cùng phương $\vec{b} (\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$

• $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ • $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$

• $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

• $\cos \vec{a}, \vec{b} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ (với $M'(a; b; c)$)

3. Tọa độ của điểm

Véc tơ $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Điểm $M = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Véc tơ $\vec{0} = (0; 0; 0)$

Điểm $A = (x_A; y_A; z_A); B = (x_B; y_B; z_B); C = (x_C; y_C; z_C)$ thì

$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ và $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Tọa độ trung điểm I của AB: $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}; z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC:

$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$

4. Tích có hướng của hai véc tơ

a) *Định nghĩa*: Tích có hướng của hai véc tơ là một véc tơ và được tính như sau

$[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} y & z \\ y' & z' \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} z & x \\ z' & x' \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = (yz' - y'z; zx' - z'x; xy' - x'y)$

b) *Tính chất*:

o $[\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{u}; [\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{v}$

o \vec{u} cùng phương với $\vec{v} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$

o $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ (*)

c) *Ứng dụng của tích có hướng*:

o $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$ (*) (ba vecto có giá song song hoặc nằm trên một mặt phẳng).

o $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ không đồng phẳng $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} \neq 0$ (*)

o Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 0$ (*) (bốn điểm nằm trên một mặt phẳng).

o Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} \neq 0$ (*) (bốn đỉnh của một tứ diện).

o Diện tích hình bình hành: $S_{ABCD} = ||[\vec{AB}, \vec{AD}]||$ (*)

o Diện tích tam giác: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ||[\vec{AB}, \vec{AC}]||$ (*); $S_{\Delta ABC} = \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AC})^2}$

o Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = ||[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}||$ (*)

5. Điểm chia đoạn thẳng theo tỷ số k:

Định nghĩa: Điểm M được gọi là chia đoạn AB theo tỷ số k ($k \neq 1$) nếu như:

$\vec{MA} = k \cdot \vec{MB}$



Định lý 11: Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB}$ ($k \neq 1$) thì

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A - k \cdot x_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - k \cdot y_B}{1 - k} \\ z_M = \frac{z_A - k \cdot z_B}{1 - k} \end{cases}$$

B. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Dạng 1: Tìm tọa độ điểm, vec-tơ liên quan đến tích vô hướng

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:
A. $(2; -1; -3)$. **B.** $(-3; 2; -1)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$.

- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
A. $\vec{c} = (0; -7; 7)$. **B.** $\vec{c} = (0; 7; 7)$. **C.** $\vec{c} = (0; -7; -7)$ **D.** $\vec{c} = (4; -7; 7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2\vec{b} = (-2; -6; 4)$ mà $\vec{a} = (2; -1; 3) \Rightarrow \vec{c} = (0; -7; 7)$.

- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. **B.** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **C.** $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. **D.** $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$\vec{a} = (-1; 1; 0) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2} \Rightarrow$ A đúng.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow$ B đúng.

$\vec{c} = (1; 1; 1) \Rightarrow |\vec{c}| = \sqrt{3} \Rightarrow$ C đúng.

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2 \neq 0 \Rightarrow$ D sai

- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-5; -7; -3)$.
B. Vectơ \vec{a} cùng phương với vectơ \vec{b} .
C. Vectơ \vec{a} vuông góc với vectơ \vec{b} .
D. $|\vec{a}| = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (5; 7; 3)$ nên A sai.

Do $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} \neq \frac{3}{-1}$ nên vectơ \vec{a} cùng phương với vectơ \vec{b} nên B sai.

Do $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-2)(-1) + 3(-1) = 1$ nên vectơ \vec{a} không vuông góc với vectơ \vec{b} nên C sai.

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ \vec{b} biết rằng vectơ \vec{b} ngược hướng với vectơ \vec{a} và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

A. $\vec{b} = (2; -2; 3)$. **B.** $\vec{b} = (2; -4; 6)$. **C.** $\vec{b} = (-2; 4; -6)$. **D.** $\vec{b} = (-2; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Vì vectơ \vec{b} ngược hướng với vectơ \vec{a} và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ nên ta có $\vec{b} = -2\vec{a} = (-2; 4; -6)$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$. **C.** $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. **D.** $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}.$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$. **B.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$. **C.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$. **D.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{0 \cdot 3 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{0^2 + 3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 0^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 2; 8)$, $N(0; 1; 3)$ và $P(2; m; 4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 25$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{NM} = (3; 1; 5)$, $\overline{NP} = (2; m-1; 1)$.

Do tam giác MNP vuông tại N nên $\overline{NM} \cdot \overline{NP} = 0 \Rightarrow 6 + m - 1 + 5 = 0 \Rightarrow m = -10$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .

- A.** $m = 2 - \sqrt{6}$. **B.** $m = 2 + \sqrt{6}$. **C.** $m = 2 \pm \sqrt{6}$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2}} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1 + m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3} \sqrt{1 + m^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 3 + 3m^2 \text{ (điều kiện } m < \frac{1}{2}\text{)}.$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases}. \text{ Đòi chiếu đk ta có } m = 2 - \sqrt{6}$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5$.

Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

- A.** $\sqrt{19}$. **B.** -5 . **C.** 7 . **D.** $\sqrt{39}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (|\vec{u} + \vec{v}|)^2 &= (\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v}) + |\vec{v}|^2 \\ &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5^2 = 19. \end{aligned}$$

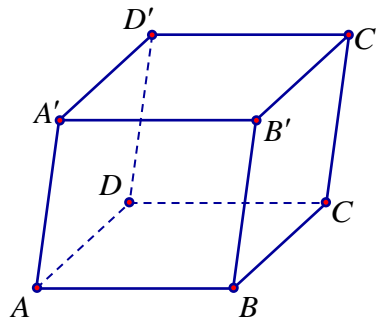
$$\text{Suy ra } |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

- A.** $(1; 1; -2)$. **B.** $(2; 1; -2)$. **C.** $(1; 2; -1)$. **D.** $(2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1: Ta có $\overline{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overline{DC} = (x; y - 3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

Ta có $\overline{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overline{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{AD} = \overline{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overline{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3)$

$\Rightarrow B'(3; 0; -3)$

G là trọng tâm tam giác $A'B'C \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2).$

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C$

Ta có: $\overline{DI} = 3\overline{IG}$ với $\begin{cases} \overline{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overline{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}$. Do đó: $\begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$.

Vậy $G(2; 1; -2)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

A. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. **B.** $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-2; 11; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overline{BA}| = \sqrt{26}$.

$\overline{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overline{BC}| = 2\sqrt{26}$

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra: $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overline{DC} = -2\overline{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 1)$, $B(2; 1; -2)$, $C(0; 0; 1)$. Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm tam giác ABC thì giá trị $x + y + z$ là kết quả nào dưới đây?

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A.

Tọa có $\overline{AH} = (x-1; y+1; z-1)$; $\overline{BH} = (x-2; y-1; z+2)$.

Và $\overline{BC} = (-2; -1; 3)$; $\overline{AC} = (-1; 1; 0)$; $\overline{AB} = (1; 2; -3)$.

Để H là trực tâm tam giác ABC khi và chỉ khi
$$\begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \\ [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - y + 3z = 2 \\ -x + y = -1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Vậy từ phương trình cuối của hệ ta có $x + y + z = 1$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overline{AM} = 2\overline{MB}$.

- A.** $M(0; 0; 3)$. **B.** $M(0; 0; -3)$. **C.** $M(-8; -4; 7)$. **D.** $M(8; 4; -7)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi điểm $M(x; y; z)$. Khi đó: $\overline{AM} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2(-2 - x) \\ y - 2 = 2(-1 - y) \\ z - 1 = 2(4 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$

Vậy $M(0; 0; 3)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tìm mệnh đề đúng?

- A.** $a + b + c = 6$. **B.** $a + b + c = 5$. **C.** $a + b + c = 8$. **D.** $a + b + c = 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overline{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\overline{AB}| = 3$; $\overline{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overline{BC}| = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD + BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{BC}$.

Giả sử $D(a; b; c)$ khi đó ta có
$$\begin{cases} a - 1 = \frac{4}{3} \\ b - 2 = \frac{1}{3} \\ c - 1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6.$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

- A.** $D(8; 7; -1)$. **B.** $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. **C.** $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. **D.** $D(-12; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x; y; z)$, $\overline{AD} = (x + 2; y - 3; z - 1)$, $\overline{BC} = (-5; -2; 1)$, $BC = \sqrt{30}$.

Do \overline{AD} cùng chiều với $\overline{BC} \Rightarrow \frac{x+2}{-5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1} = t > 0 \Rightarrow D(-2-5t; 3-2t; 1+t)$

Theo đề $S_{ABCD} = 3S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{AD+BC}{2} \cdot d(A, BC) = 3 \cdot \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot BC \Leftrightarrow AD = 2BC$

$\Leftrightarrow 25t^2 + 4t^2 + t^2 = 4 \cdot 30 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow D(-12; -1; 3)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là

- A.** $M(0; 4; 0)$. **B.** $M(5; 0; 0)$. **C.** $M(0; 5; 0)$. **D.** $M(0; -5; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(0; b; 0) \in Oy$.

Theo đề $MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4-b)^2} = \sqrt{2 + (2-b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5$.

Dạng 2: Áp dụng công thức của tích có hướng và ứng dụng tính toán một số yếu tố

Phương pháp: Áp dụng trực tiếp các công thức liên quan đến tích có hướng để tính toán một số yếu tố: tích có hướng của hai vec-tơ, diện tích tam giác, thể tích tứ diện, khối hộp....

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (3; 2; 5)$. Khi đó: $[\vec{a}, \vec{b}]$ có tọa độ bằng

- A.** $(8; -12; 5)$. **B.** $(8; -12; 0)$. **C.** $(0; 8; 12)$. **D.** $(0; 8; -12)$.

Lời giải.

Chọn B.

Cách 1: TỰ LUẬN

$$\begin{cases} \vec{a} = (3; 2; 1) \\ \vec{b} = (3; 2; 5) \end{cases} \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = (2 \cdot 5 - 2 \cdot 1; 1 \cdot 3 - 3 \cdot 5; 3 \cdot 2 - 3 \cdot 2) = (8; -12; 0)$$

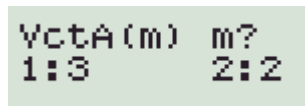
Cách 2: Cách bấm Casio

Bước 1: Nhập vec tơ \vec{a}, \vec{b}

Bấm MODE 8

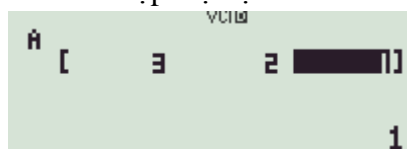


Bấm 1 (Nhập tọa độ cho vec tơ \vec{a})



Không gian $Oxyz$ có 3 chiều nên chọn 1

Sau đó nhập tọa độ cho vec tơ A



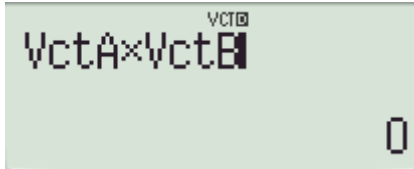
Xong bấm SHIFT 5 1

Chọn 2 tương tự nhập vec tơ \vec{b} là B

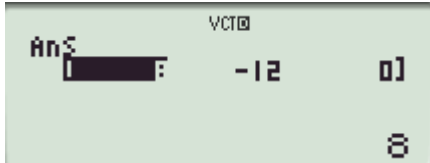


Bước 2: Tính tích có hướng

Sau đó nhấn phím AC. Bấm phím SHIFT 5 lấy vec tơ A và Vec tơ B



Ấn dấu =



Đáp án B

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(3;2;2)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.

Chọn D.

Cách 1: Tự luận

$$+ \begin{cases} \vec{AB} = (1; -1; 2) \\ \vec{AC} = (2; 0; 1) \end{cases} \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 3; 2) \Rightarrow \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \sqrt{14}.$$

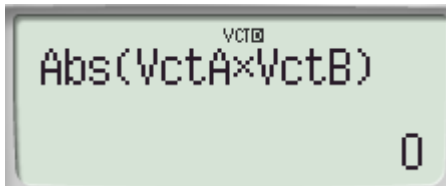
$$+ S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Cách 2: Cách bấm Casio

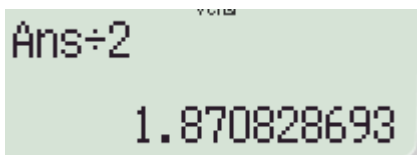
Bước 1: Tính vec tơ \vec{AB} , \vec{AC} và nhập tọa độ \vec{AB} , \vec{AC} vào máy tính như câu 1

Bước 2: Tính diện tích

Bấm độ dài vec tơ SHIFT hyp, sau đó thực hiện phép tính tích có hướng như câu 1



Ấn = sau đó chia cho 2



Thử với máy tính

$$\frac{\sqrt{14}}{2} = 1.870828693 \times 10^0$$

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(3;2;2)$, $D(1;1;1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 3.

Lời giải.

Chọn C.

$$+ \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2) \\ \overrightarrow{AC} = (2; 0; 1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 3; 2), \quad \overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$$

$$+ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -3 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{2}$$

Cách 2: Cách bấm Casio

Bước 1: Tính vec tơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} và nhập tọa độ 3 vec tơ vào máy tính như câu 1

Bước 2: Tính thể tích

Bấm tích hỗn tạp như sau

(SHIFT 5 3 x SHIFT 5 4)SHIFT 57 SHIFT 55

$$(\text{VctA} \times \text{VctB}) \cdot \text{VctC} = -3$$

Tính tích có hướng là dấu x, tích vô hướng

bấm SHIFT 57 là DOT

$$\text{Vậy} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{2}$$

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -1; 1)$, $B(-5; 1; 9)$, $C(-3; -1; 4)$. Độ dài chiều cao AH của tam giác bằng

- A. $2\sqrt{74}$. B. $\frac{2\sqrt{74}}{\sqrt{33}}$. C. $\frac{\sqrt{74}}{33}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{33}$.

Lời giải.

Chọn B.

$$+ \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-6; 2; 8) \\ \overrightarrow{AC} = (-4; 0; 3) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; -14; 8) \Rightarrow \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = 2\sqrt{74}.$$

$$+ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \sqrt{74}$$

$$+ \overrightarrow{BC} = (2; -2; -5) \Rightarrow BC = \sqrt{33} \Rightarrow AH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{2\sqrt{74}}{\sqrt{33}}$$

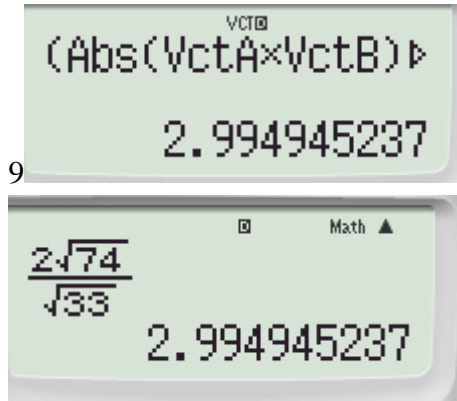
Cách 2: Cách bấm Casio

Bước 1: Tính tọa độ $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}$ và nhập tọa độ 3 vec tơ này trong máy lần lượt là **vectorA, vectorB, vectorC**

Bước 2: Tính đường cao AH

$$\Rightarrow AH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{|\left[\vec{AB}, \vec{AC} \right]|}{|\vec{BC}|}$$

Bấm **SHIFT hyp(SHIFT 5 3 x SHIFT 5 4)/SHIFT hyp(SHIFT 55)**



Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.EFGH$ với $A(1;1;1)$, $B(2;1;2)$, $E(-1;2;-2)$, $D(3;1;2)$. Thể tích khối hộp bằng

- A.** 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{AB} = (1;0;1) \\ \vec{AD} = (2;0;1) \end{matrix} \right. \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AD}] = (0;1;0), \quad \vec{AE} = (-2;1;-3)$$

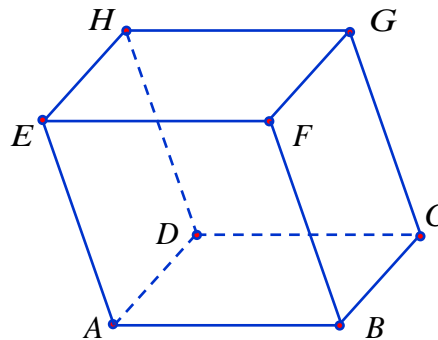
$$[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AE} = 1 \Rightarrow V_{ABCD.EFGH} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AE}| = 1 \quad \text{Cách 2: Cách bấm Casio}$$

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.EFGH$ với $A(1;1;1)$, $B(2;1;2)$, $E(-1;2;-2)$, $D(3;1;2)$. Khoảng cách từ A đến mp(DCGH) bằng

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Chọn B.



$$+ \left\{ \begin{matrix} \vec{AB} = (1;0;1) \\ \vec{AD} = (2;0;1) \end{matrix} \right. \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AD}] = (0;1;0), \quad \vec{AE} = (-2;1;-3)$$

$$+ \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] \cdot \overrightarrow{AE} = 1 \Rightarrow V_{ABCD.EFGH} = \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] \cdot \overrightarrow{AE} \right| = 1$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; 0; 1) \\ \overrightarrow{AE} = (-2; 1; -3) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE} \right] = (-1; 1; 1)$$

$$\Rightarrow S_{ABFE} = \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE} \right] \right| = \sqrt{3} = S_{DCGH} \cdot V_{ABCD.EFGH} = d(A, (DCGH)) S_{DCGH}$$

$$\Rightarrow d(A, (DCGH)) = \frac{V_{ABCD.EFGH}}{S_{DCGH}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$V_{ABCD.EFGH} = d(A, (DCGH)) S_{DCGH}$$

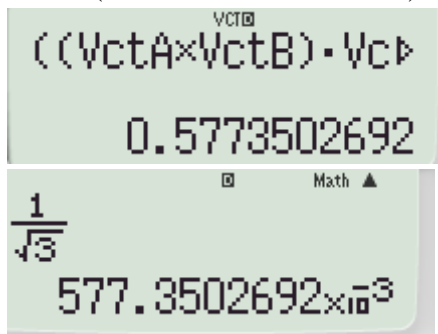
$$\Rightarrow d(A, (DCGH)) = \frac{V_{ABCD.EFGH}}{S_{DCGH}} = \frac{V_{ABCD.EFGH}}{S_{ABFE}} \frac{\left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] \cdot \overrightarrow{AE} \right|}{\left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE} \right] \right|}$$

Cách bấm Casio 

Bước 1: Tính tọa độ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$ và nhập tọa độ 3 vec tơ này trong máy lần lượt là vectoA, vectoB, vectoC

Bước 2: Tính khoảng cách

Bấm 9(SHIFT 5 3 x SHIFT 5 4)SHIFT 5 7 SHIFT 55/SHIFT hyp(SHIFT 53x SHIFT 55)



Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$, $\vec{c} = (x; 3x; x + 2)$. Nếu 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng thì x bằng?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{a} = (1; 2; 1) \\ \vec{b} = (-1; 1; 2) \end{cases} \Rightarrow \left[\vec{a}; \vec{b} \right] = (3; -3; 3).$$

$$\text{Khi đó } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng } \Leftrightarrow \left[\vec{a}; \vec{b} \right] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow 3x - 9x + 3(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -2; 2 - a)$; $B(a + 3; -1; 1)$; $C(-4; -3; 0)$; $D(-1; -2; a - 1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?

- A.** $(-7; -2)$. **B.** $(3; 6)$ **C.** $(5; 8)$. **D.** $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (a + 3; 1; a - 1), \overrightarrow{AC} = (-4; -1; a - 2), \overrightarrow{AD} = (-1; 0; 2a - 3).$$

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (2a-3; -a^2-5a+10; -a+1).$$

Để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng:

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = 0 \Leftrightarrow -2a+3+(2a-3) \cdot (-a+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-2), B(3;-1;-4), C(-2;2;0)$. Điểm D trong mặt phẳng (Oyz) có cao độ âm sao cho thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng 2 và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (Oxy) bằng 1 là:

- A.** $D(0;-3;-1)$. **B.** $D(0;2;-1)$. **C.** $D(0;1;-1)$. **D.** $D(0;3;-1)$.

Lời giải

Chọn D

$$D \in Oyz \Rightarrow D(0; y; z), z < 0. \quad d(D, Oxy) = 1 \Leftrightarrow |z| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1(l) \\ z = -1(n) \end{cases} \Rightarrow D(0; y; -1).$$

$$\overline{AB} = (1; -1; -2), \overline{AC} = (-4; 2; 2) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (2; 6; -2), \overline{AD} = (-2; y; -1)$$

$$V_{ABCD} = \frac{|[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}|}{6} = \frac{|6y-6|}{6} \quad V_{ABCD} = 2 \Leftrightarrow \frac{|6y-6|}{6} = 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy $D(0; 3; -1)$

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0); B(2;1;1); C(0;3;-1)$. Xét 4 khẳng định sau:

- I. $BC = 2AB$. II. Điểm B thuộc đoạn AC .
III. ABC là một tam giác. IV. A, B, C thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overline{OA} = (2; -1; 3), \overline{OB} = (5; 2; -1)$.

Tìm tọa độ của vector \overline{AB} .

- A.** $\overline{AB} = (3; 3; -4)$. **B.** $\overline{AB} = (2; -1; 3)$. **C.** $\overline{AB} = (7; 1; 2)$. **D.** $\overline{AB} = (-3; -3; 4)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4), D(6;9;-5)$. Hãy tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$?

- A.** $(2; 3; -1)$. **B.** $(2; -3; 1)$. **C.** $(2; 3; 1)$. **D.** $(-2; 3; 1)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 5), N(6; -4; -1)$ và đặt $L = |\overline{MN}|$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.** $L = (4; -1; -6)$. **B.** $L = \sqrt{53}$. **C.** $L = 3\sqrt{11}$. **D.** $L = (-4; 1; 6)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (-1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{b} = (2; y; z)$, biết rằng vector \vec{b} cùng phương với vector \vec{a} .

- A.** $\vec{b} = (2; 4; -6)$. **B.** $\vec{b} = (2; -4; 6)$. **C.** $\vec{b} = (2; 4; 6)$. **D.** $\vec{b} = (2; -3; 3)$.

- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.
- A. $\vec{m}(3;22;-3)$. B. $\vec{m}(3;22;3)$. C. $\vec{m}(-3;22;-3)$. D. $\vec{m}(3;-22;3)$.
- Câu 7:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.
- B. Nếu \vec{u}, \vec{v} không cùng phương thì giá của vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với mọi mặt phẳng song song với giá của các vectơ \vec{u} và \vec{v} .
- C. $|\vec{u}, \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.
- D. $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{u} = [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{v} = \vec{0}$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là
- A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là
- A. $B'(8;4;10)$. B. $B'(6;12;0)$. C. $B'(10;8;6)$. D. $B'(13;0;17)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho \vec{a}, \vec{b} tạo với nhau 1 góc 120° và $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 5$. Tìm $T = |\vec{a} - \vec{b}|$.
- A. $T = 5$. B. $T = 6$. C. $T = 7$. D. $T = 4$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(3;-1;1)$, $C(1;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .
- A. $S = 1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = \sqrt{3}$. D. $S = \sqrt{2}$.
- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.
- Câu 13:** Cho tam giác ABC biết $A(2;-1;3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2;1;0)$. Khi đó $\vec{AB} + \vec{AC}$ có tọa độ là
- A. $(0;6;9)$. B. $(0;9;-9)$. C. $(0;-9;9)$. D. $(0;6;-9)$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Côsin của góc BAC bằng
- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, $\vec{a} = (m;1;0)$, $\vec{b} = (2;m-1;1)$, $\vec{c} = (1;m+1;1)$. Tìm m để 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
- A. $m = \frac{-1}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(1;0;-1)$ và $C(0;-1;2), D(0;m;k)$. Hệ thức giữa m và k để bốn điểm $ABCD$ đồng phẳng là:
A. $m+k=1$. **B.** $m+2k=3$. **C.** $2m-3k=0$. **D.** $2m+k=0$.
- Câu 17:** Cho bốn điểm $O(0;0;0), A(0;1;-2), B(1;2;1), C(4;3;m)$. Tìm m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng.
A. $m=-14$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=14$. **D.** $m=7$.
- Câu 18:** Cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2,-1;3)$, điểm D nằm trên trục Oy và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là:
A. $(0;-7;0)$. **B.** $(0;-7;0)$ hoặc $(0;8;0)$.
C. $(0;8;0)$. **D.** $(0;7;0)$ hoặc $(0;-8;0)$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-1;4;2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC
A. $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0), B(3;3;2), C(-1;2;2)$ và $D(3;3;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng
A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{9}{7}$. **C.** $\frac{9}{14}$. **D.** $\frac{9}{\sqrt{2}}$.
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4), B(5;-1;3), C(2;2;m), D(3;1;5)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.
A. $m > 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $m \neq 6$. **D.** $m = 6$.
- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM .
A. $AM = 3\sqrt{3}$ **B.** $AM = 2\sqrt{7}$. **C.** $AM = \sqrt{29}$. **D.** $AM = \sqrt{30}$.
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1), B(-2;2;1), C(1;-2;2)$. Tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC là điểm nào dưới đây?
A. $\left(0; -\frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}; \frac{11}{6}\right)$. **D.** $\left(0; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3}\right)$
- Câu 24:** không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là
A. $M(-4;0;0)$. **B.** $M(5;0;0)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(-5;0;0)$.